

DIPLOME NATIONAL DU BREVET

Série Collège

MATHEMATIQUES

Session 2006

LA REDACTION ET LA PRESENTATION SONT PRISES EN COMPTE POUR 4 POINTS

LES CALCULATRICES SONT AUTORISEES conformément à la circulaire n° 99-186 du 16/11/1999

DU PAPIER MILLIMETRE SERA MIS A LA DISPOSITION DES CANDIDATS

DUREE : 2 HEURES

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1

On donne : $A = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{8}{7}$, $B = \sqrt{12} - 7\sqrt{3} - \sqrt{75}$, $C = \frac{0,3 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}}$.

- 1) Calculer A et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
- 2) Ecrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier naturel le plus petit possible.
- 3) Calculer C et donner son écriture scientifique.

Exercice 2

On considère l'expression : $E = (3x + 2)^2 - (5 - 2x)(3x + 2)$.

- 1) Développer et réduire l'expression E .
- 2) Factoriser E .
- 3) Calculer la valeur de E pour $x = -2$.
- 4) Résoudre l'équation $(3x + 2)(5x - 3) = 0$.

Les solutions de cette équation sont-elles des nombres décimaux ?

Exercice 3

On considère le système suivant :
$$\begin{cases} 2x + 3y = 5,5 \\ 3x + y = 4,05 \end{cases}$$

- 1) Le couple $(x = 2 ; y = 0,5)$ est-il solution de ce système ?
- 2) Résoudre le système d'équations.
- 3) A la boulangerie, Anatole achète 2 croissants et 3 pains au chocolat : il paie 5,50 €. Béatrice achète 3 croissants et 1 pain au chocolat et paie 4,05 €.

Quel est le prix d'un croissant ? Quel est le prix d'un pain au chocolat ?

ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Dans cette partie, toutes les réponses seront justifiées.

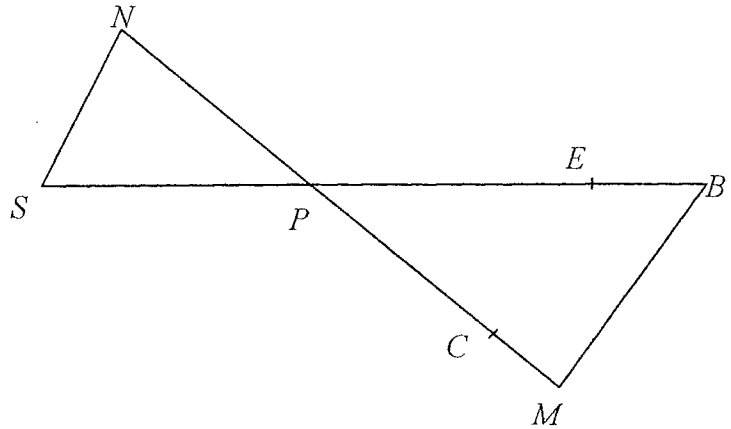
Exercice 1

On considère la figure ci-contre qui n'est pas réalisée en vraie grandeur.

Les points S, P, E et B sont alignés ainsi que les points N, P, C et M .

Les droites (MB) et (NS) sont parallèles.

On donne : $PM = 12$ cm, $MB = 6,4$ cm ;
 $PB = 13,6$ cm et $PN = 9$ cm.



- 1) Démontrer que le triangle PBM est rectangle.
- 2) En déduire la mesure de l'angle \widehat{PBM} arrondie au degré près.
- 3) Calculer la longueur NS .
- 4) On considère le point E du segment $[PB]$ tel que $PE = 3,4$ cm et le point C du segment $[PM]$ tel que $PC = 3$ cm.

Les droites (CE) et (MB) sont-elles parallèles ?

Exercice 2

La figure est à réaliser sur une feuille de papier millimétré

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) . L'unité de longueur est le centimètre.

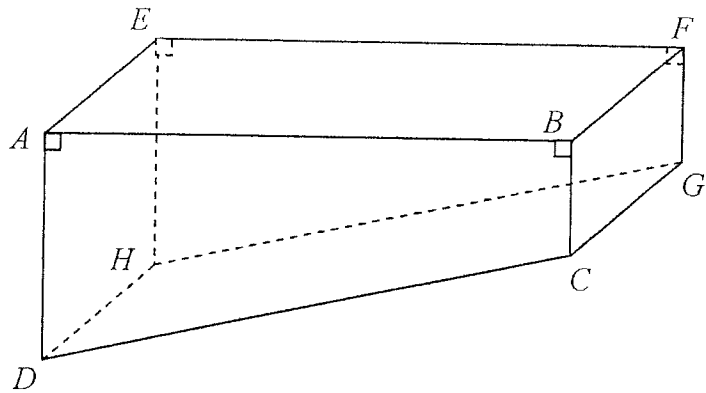
- 1) Placer les points : $A(-2 ; 1)$, $B(3 ; 2)$, $C(-3 ; -2)$ et $G(7 ; 0)$.
- 2) a) Placer le point E tel que $\overline{AB} = \overline{CE}$. En déduire la nature du quadrilatère $ABEC$.
b) Donner par lecture graphique les coordonnées du point E .
- 3) Calculer la valeur exacte de la longueur AB .
- 4) Placer le point $F(-1 ; 4)$ et démontrer que F est le symétrique de C par rapport à A .
- 5) Démontrer que B est le milieu du segment $[FG]$ et en déduire sans autre calcul la longueur CG .

PROBLEME (12 points)

La piscine de Monsieur Dujardin a la forme d'un prisme droit dont la base $ABCD$ est un trapèze rectangle.

On donne: $AB = 14$ m, $AE = 5$ m,
 $AD = 1,80$ m, $BC = 0,80$ m.

Sur le schéma ci contre, les dimensions ne sont pas respectées.



On rappelle les formules suivantes :

Aire d'un trapèze = $\frac{(\text{somme des bases}) \times \text{hauteur}}{2}$; Volume d'un prisme = (Aire de la base) \times hauteur.

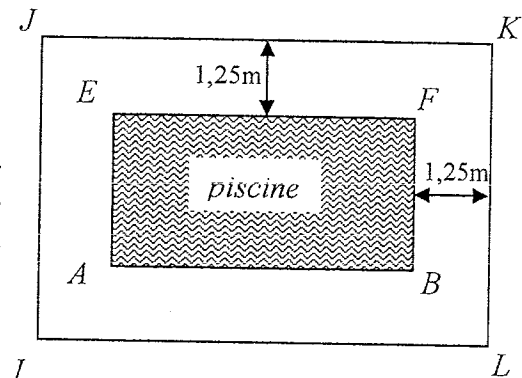
Partie A

- 1) Montrer que le volume de cette piscine est 91 m^3 .
- 2) A la fin de l'été, M. Dujardin vide sa piscine à l'aide d'une pompe dont le débit est 5 m^3 par heure.
 - a) Calculer le nombre de m^3 d'eau restant dans la piscine au bout de 5 heures.
 - b) On admet que le nombre de m^3 d'eau restant dans la piscine au bout de x heures est donné par la fonction affine f définie par : $f(x) = 91 - 5x$.
Sur la feuille de papier millimétré, construire un repère orthogonal tel que :
 - en abscisse, 1 cm représente 1 heure,
 - en ordonnée, 1 cm représente 5 m^3 .
 Représenter graphiquement la fonction f dans ce repère.
 - c) Par lecture graphique, déterminer le nombre d'heures nécessaires pour qu'il ne reste que 56 m^3 d'eau dans cette piscine.
 - d) Par lecture graphique, déterminer le nombre d'heures nécessaires pour vider complètement la piscine.
 - e) Retrouver ce dernier résultat par le calcul. Donner cette durée en heures et minutes.

Partie B

M. Dujardin doit clôturer sa piscine, en laissant autour une distance de 1,25m comme le montre le schéma ci-contre.

- 1) Calculer les distances IJ et JK en cm.
- 2) Pour réaliser la clôture, il souhaite utiliser un nombre entier de panneaux rectangulaires identiques, dont la longueur a est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible.
Expliquer pourquoi a est le PGCD de 750 et de 1650.
- 3) Calculer la valeur de a , en indiquant la méthode utilisée.
- 4) Combien faudra-t-il de panneaux pour clôturer la piscine ?



BREVET DES COLLEGES

Eléments de correction, recommandations et proposition de barème.

Les tableaux suivants fournissent quelques jalons et éléments de correction qui s'adressent à des professeurs et ne constituent évidemment pas un modèle de rédaction telle qu'elle est attendue des élèves. Comme indiqué dans les textes, 4 points sont consacrés à l'expression écrite et à la présentation.

ACTIVITES NUMERIQUES 12 points			
Exercice 1 3 points	1)	$A = \frac{7}{3} - \frac{2}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{3} - \frac{7}{12} = \frac{21}{12} - \frac{7}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$	1pt
	2)	$B = 2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -10\sqrt{3}$	1pt
	3)	$C = \frac{1,5 \times 10^{-1}}{4 \times 10^{-4}} = 3,75 \times 10^2$	1pt
Exercice 2 5 points	1)	$E = 15x^2 + x - 6$	1,5pt
	2)	$E = (3x+2)(3x+2-5+2x) = (3x+2)(5x-3)$	1,5pt
	3)	Si $x=-2$, $E=52$ en utilisant l'une ou l'autre des expressions	0,5
	4)	L'équation admet deux solutions $x = -\frac{2}{3}$ et $x = \frac{3}{5} = 0,6$. La seconde solution est un nombre décimal.	1,5pt
Exercice 3 4 points	1)	Le couple $(x=2 ; y=0,5)$ vérifie la première équation mais pas la seconde, il n'est donc pas solution du système.	1pt
	2)	Le système $\begin{cases} 2x+3y=5,5 \\ 3x+y=4,05 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} 7x=6,65 \\ 3x+y=4,05 \end{cases}$ d'où $x=0,95, y=1,2$	2pts
	3)	Le prix d'un croissant est 0,95€, celui d'un pain au chocolat est 1,2€	1pt

ACTIVITES GEOMETRIQUES 12 points				
Exercice 1 5,5 points	1)	$PB^2 = 184,96; PM^2 + MB^2 = 144 + 40,96 = 184,96$ donc la réciproque du théorème de Pythagore donne le résultat.	1,5pt	
	2)	Par exemple $\cos \widehat{PBM} = \frac{MB}{PB} = \frac{6,4}{13,6} \approx 0,47$ et $\widehat{PBM} \approx 62$.	1pt	
	3)	Le théorème de Thalès permet d'écrire : $\frac{NS}{MB} = \frac{NP}{PM} = \frac{9}{12}$ donc $NS = 6,4 \times \frac{3}{4} = 4,8\text{cm}$	1,5 pt	
	4)	L'ordre des points est respecté et $\frac{PE}{PB} = \frac{3,4}{13,6} = \frac{1}{4} = \frac{PC}{PM}$. La réciproque du théorème de Thalès donne le résultat : les droites (CE) et (BM) sont parallèles.	1,5pt	
Exercice 2 6,5 points	1)		2pts	
	2)	a)	$ABEC$ est un parallélogramme.	0,5 pt
		b)	Par lecture graphique les coordonnées de E sont $(2,-1)$.	0,5

	3)	$AB = \sqrt{(3+2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{26}$	1pt
	4)	Le milieu du segment $[CF]$ a pour coordonnées $(-2;1)$, c'est A .	1pt
	5)	Le milieu du segment $[FG]$ a pour coordonnées $(3;2)$, c'est B On en déduit, en appliquant le théorème de la droite des milieux dans le triangle FCG , que $CG=2AB$.	1,5pt

PROBLEME 12 points

Partie A. 8 points	1)	L'aire de la base est celle du trapèze $ABCD$ soit $\frac{(1,8+0,8) \times 14}{2} = 18,2 \text{ m}^2$. Le volume cherché est donc $18,2 \times 5 = 91 \text{ m}^3$.	1,5pts	
	2)	a)	Au bout de 5 heures, 25 m^3 se sont écoulés, il en reste 66.	1pt
		b)		2pts
		c)	Par lecture graphique, on trouve 7 heures	1pt
		d)	Environ 18,2 heures	1pt
		e)	On résout l'équation $91 - 5x = 0$. On obtient $x = 18,2 \text{ h}$ soit 18h 12min.	1,5pt
Partie B. 4 points	1)	$IJ = 5 + 2,5 = 7,5 \text{ m}$ soit 750 cm; $JK = 14 + 2,5 = 16,5 \text{ m}$ soit 1650 cm.	1pt	
	2)	a doit diviser IJ et JK et doit être le plus grand possible.	1pt	
	3)	L'algorithme d'Euclide donne $a = 150 \text{ cm}$.	1pt	
	4)	Il faut 11 panneaux dans le sens de la longueur et 5 dans le sens de la largeur soit en tout 32 panneaux	1pt	