CHAPITRE 5 : PUISSANCE D'UN NOMBRE

1. Puissance d'un nombre non nul :

a) Définitions et notation :

Définition :
Si *n* désigne un nombre entier positif non nul et si a est un nombre relatif:
a^n désigne le produit de n facteurs égaux à a.
a^n se lit « a exposant *n* » ou « a puissance *n* »

$$a^n = \underbrace{a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Si n=0 alors $a^0 = 1$

Exemples :
$7^2 = 7\times7 = 49$
$5^3 = 5\times5\times5 = 125$
$(-2)^5 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = -32$ (il y a un nombre impair de facteurs négatifs)
$17^1 = 17$
$2006^0 = 1$

Définition :
Si *n* désigne un nombre entier positif, non nul (–*n* est alors un nombre entier négatif) et si a est un nombre relatif non nul :
a^{-n} désigne l'inverse de a^n.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a\times\ldots\times a}_{n \text{ facteurs}}}$$

Exemples :
$5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

Fiche 1 : puissance d'un nombre

b) Règles de calcul :

n et *m* désignent des entiers relatifs. a et b des nombres relatifs non nuls.

	FORMULES	EXEMPLES
PRODUIT DE PUISSANCES	$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = 243$ $7^4 \times 7^{-1} = 7^{4+(-1)} = 7^3 = 343$
QUOTIENT DE PUISSANCES	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{2^{17}}{2^{23}} = 2^{17-23} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$
PUISSANCE DE PUISSANCE	$(a^n)^m = a^{n\times m}$	$(2^2)^3 = 2^{2\times3} = 2^6$
PUISSANCE D'UN PRODUIT	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$(2\times3)^5 = 2^5 \times 3^5 = 32 \times 243 = 7776$
PUISSANCE D'UN QUOTIENT	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$

Fiche 2 : puissance d'un nombre et formules

c) Priorité de la puissance

Attention, quand une expression comporte des puissances, on calcule en priorité :
1) Les calculs entre parenthèses
2) Les puissances
3) Les multiplications et les divisions

Exemple :
$2\times3^2 = 2\times9 = 18$
$-7^2 = -49$
$(-7)^2 = 49$
Fiche 3 : puissance d'un nombre et priorités

2. Puissances de dix :

a) Définitions et notation :

Définition :
Si n désigne un nombre entier positif, différent de 0.
10^n désigne le produit de n facteurs égaux à 10.

$$10^n = \underbrace{10\times10\times10\times\ldots\times10}_{\text{n facteurs}} = 1\underbrace{0000\ldots0}_{\text{n zéros}}$$

10^n se lit « 10 exposant n » ou « 10 puissance n »
Si n=0 alors $10^0 = 1$

Exemples :
$10^5 = 10\times10\times10\times10\times10 = 100\,000$
$10^1=10$

Définition :
Si n désigne un nombre entier positif, différent de 0 ($-n$ est donc un nombre entier négatif)
10^{-n} désigne l'inverse de 10^n.

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{1\underbrace{00\ldots0}_{\text{n zéros}}} = 0{,}\underbrace{000..01}_{\text{n chiffres après la virgule}}$$

Exemples :
$10^{-6} = \frac{1}{1000\,000} = 0{,}000\,001$
$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

Fiche 4 : puissances de 10

b) Règles de calcul :

n et m désignent des entiers relatifs.

PRODUIT	INVERSE	QUOTIENT	PUISSANCE DE PUISSANCE
$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$	$\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$	$\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$	$(10^n)^m = 10^{n\times m}$

Exemples :

$10^2 \times 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$
$10^4 \times 10^{-1} = 10^{4+(-1)} = 10^3$
$\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$
$\frac{1}{10^{-3}} = 10^{-(-3)} = 10^3$
$\frac{10^{17}}{10^{23}} = 10^{17-23} = 10^{-6}$
$(10^2)^3 = 10^{2\times 3} = 10^6$

Fiche 5 : puissances de 10 et formules
Fiche 6 : une notation particulière…

3. Notation scientifique des nombres décimaux :

Un nombre décimal non nul est écrit avec la notation scientifique lorsqu'il est écrit sous la forme $a\times 10^p$, où « a » est un nombre qui a un seul chiffre non nul avant la virgule et p est un entier relatif.

Exemples :
$980\ 000\ 000 = 9{,}8 \times 10^8$
$-0{,}000\ 002\ 31 = -2{,}31 \times 10^{-6}$
$527{,}12 = 5{,}2712 \times 10^2$
$A = \frac{15 \times 10^2 \times 20 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-9}}$
$A = \frac{15\times 20}{25} \times \frac{10^2\times 10^{-6}}{10^{-9}}$
$A = \frac{300}{25} \times \frac{10^{-4}}{10^{-9}}$
$A = 12 \times 10^{-4-(-9)}$
$A = 12 \times 10^5$
$A = 1{,}2 \times 10^1 \times 10^5$
$A = 1{,}2 \times 10^6$ (écriture scientifique)
$A = 1\ 200\ 000$ (écriture décimale)