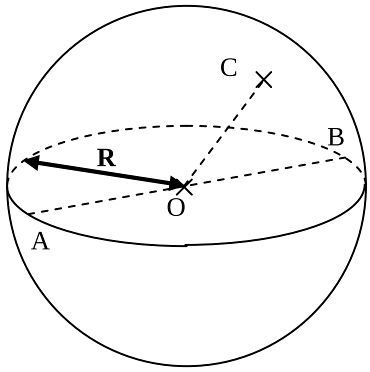
CHAPITRE 9 : GEOMETRIE DANS L'ESPACE

1. Sphère :

a) Définition et vocabulaire:



La **sphère** de centre O et de rayon R est l'ensemble de tous les points de l'espace qui sont situés à une distance R du point O.

[OA] est un rayon de la sphère donc OA=R.
[AB] est un diamètre de la sphère donc AB=2×R.
C est un point de la sphère alors OC=R.

L'intérieur de la sphère s'appelle une **boule**.

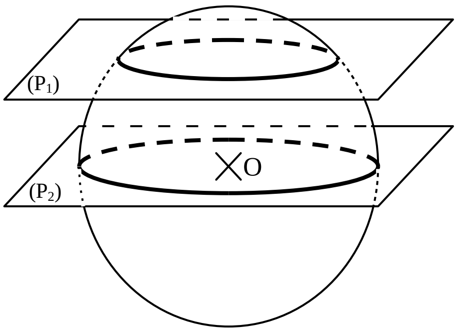
b) Formules de calcul de l'aire d'une sphère et du volume d'une boule :

$\boxed{\text{Aire d'une sphère} = 4 \times \pi \times (\text{rayon})^2}$ c'est à dire $\boxed{A = 4\,\pi\,R^2}$

$\boxed{\text{Volume d'une boule} = \frac{4}{3} \times \pi \times (\text{rayon})^3}$ c'est à dire $\boxed{V = \frac{4}{3}\,\pi\,R^3}$

Exercice n°10 page 203
Fiche 1 : calcul de volumes (1 à 4)
Présentation géospace

2. Section d'une sphère par un plan :



Propriété :
La section d'une sphère par un plan est un cercle.

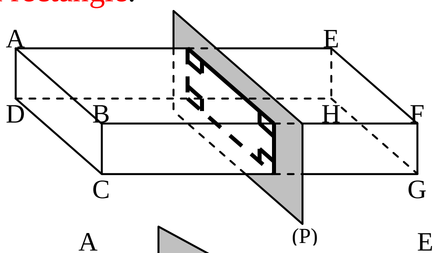
Remarque :
Quand le plan (P_2) passe par le centre O, le cercle a le même rayon que la sphère.

Exercice 13 page 203
Exercice 30 page 205
présentation géospace

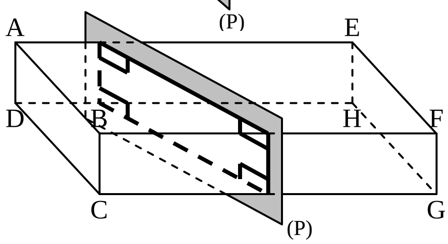
3. Section d'un pavé par un plan :

Propriétés :
La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle identique à cette face.
La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle.

Exemples :
Le plan (P) est parallèle à la face ABCD (ou EFGH) :

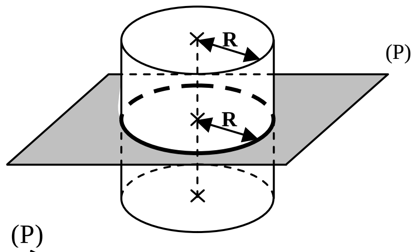


Le plan (P) est parallèle à l'arête [AD] (ou [BC] ou [EH] ou [FG]) :

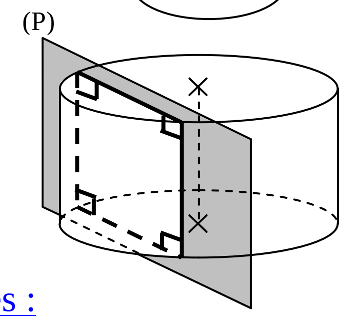


Fiche 1 : calcul de volumes – sections (5)
présentation géospace

4. Section d'un cylindre de révolution par un plan :



Propriété :
La section d'un cylindre de rayon R par un plan parallèle aux bases est un cercle de rayon R.



Propriété :
La section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe de révolution est un rectangle.

Fiche 1 : calcul de volumes – sections (6 et 7)
Présentation géospace

5. Conséquences d'un agrandissement sur les aires et les volumes :

Propriété :
Dans un agrandissement de rapport k (avec $k > 1$) ou une réduction de rapport k (avec $k < 1$) :

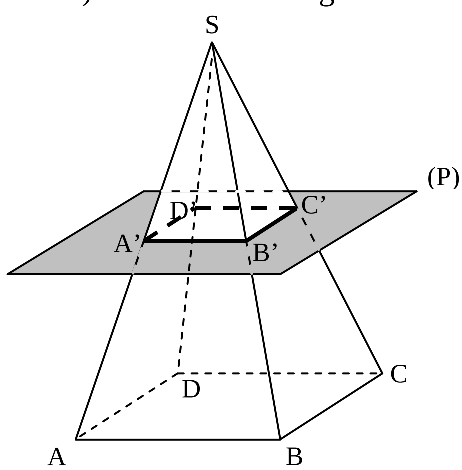
- Les longueurs sont multipliées par k.
- Les aires sont multipliées par k^2.
- Les volumes sont multipliés par k^3.

Exemple :
Soit ABCD un rectangle tel que AB = 5 cm et BC = 3 cm. Son aire est : Aire = $5\times3 = 15$ (cm²)
Soit A'B'C'D' un rectangle 2 fois plus grand que ABCD. C'est un agrandissement de ABCD de rapport 2. Son aire est alors : Aire' = $15\times2^2 = 60$ (cm²)
Vérification : A'B'= 10 cm et B'C'= 6 cm. Aire' = $10\times6 = 60$ (cm²)

Fiche 2 : agrandissement / réduction

6. Sections d'une pyramide ou d'un cône par un plan :

La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est une réduction de la base.
C'est à dire que c'est une figure de même nature (rectangle, carré, cercle…) mais dont les longueurs sont multipliées par un nombre inférieur à 1.



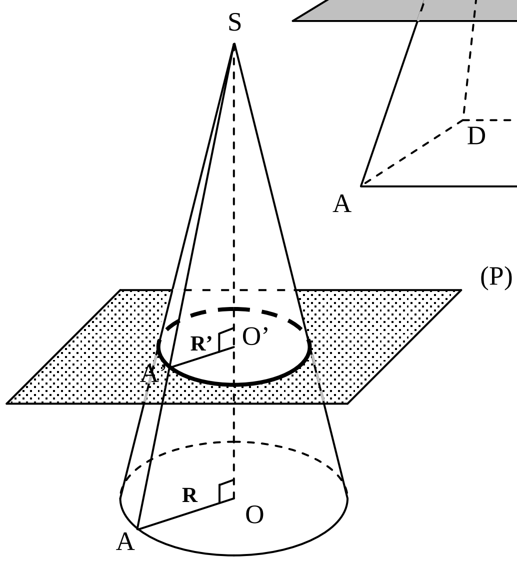
a) Pyramide :

On remarque que :
(AB)//(A'B') (BC)//(B'C') (CD)//(C'D') (DA)//(D'A')
On peut écrire le rapport de la réduction:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA} = k$$

(avec $k < 1$)

b) Cône de révolution :



On remarque que :
(OA) // (OA')
On peut écrire le rapport de la réduction:

$$\frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'O'}{AO} = k$$

(avec $k < 1$)
Fiches 3 et 4